

# كل نموذج بجروت

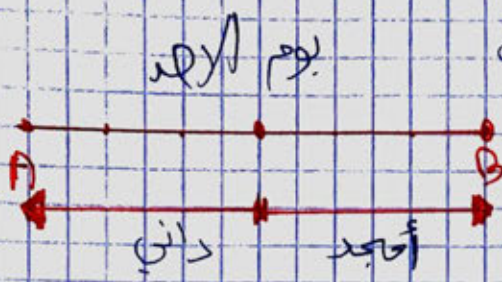


طالقم الرياضيات [www.iqsmart.co.il](http://www.iqsmart.co.il)

معهد IQ

# سؤال 1

٢٠ بحسب المعطيات اطلق أحمد من مدينة



التي هي على بعد 4 كم من A والى جانبها B وداني من مدينة التي هي على بعد 2 كم من A والى جانبها B يكون الاثنان قد قطعا نفس المسافة.

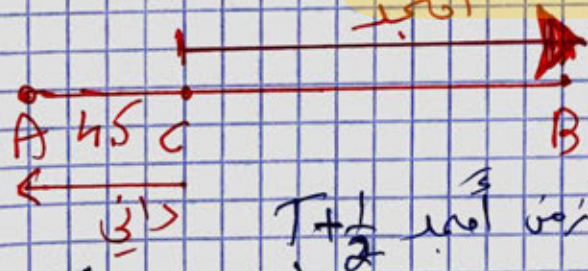
سرعة داني  $X$  كم/س وقطع المسافة خلال ساعة

مسافة	سرعة	زمن
$X$	$X$	1
$X$	$\frac{2}{3}X$	$\frac{3}{2}$

$$\frac{3X}{2} = X \Rightarrow \frac{3X}{2} = \frac{2X}{3} \Rightarrow 3X = 2X \Rightarrow X = 1.5X$$

٢١ بحسب المعطيات

يوم الأربعاء بدأ داني من مدينة A التي هي على مسافة 4 كم من B والى جانبها C التي هي على مسافة 4.5 كم من B. أحمد ركض من C الى B وداني ركض من B الى A التي هي على مسافة 4 كم من B. سرعة الاثنان هي نفس السرعة التي عارا بها يوم الأحد ويمكن أن أحمد ويصل الى B بعد نصف ساعة من وصول داني الى B.



نفس زمن داني  $T + \frac{1}{2}$  زمن أحمد  $\frac{3}{2}$

المسافة الكلية بين B و A بحسب المعطيات (P) هي  $2X$  اذا مسافة أحمد هي  $2X - 4.5$

$$\frac{2X - 4.5}{1.5X} = \frac{4.5}{X} \Rightarrow 2X - 4.5 = 6.75 \Rightarrow 2X = 11.25 \Rightarrow X = 5.625$$

$$T + \frac{1}{2} = \frac{2X - 4.5}{1.5X} \Rightarrow T = \frac{2X - 4.5}{1.5X} - \frac{1}{2}$$

$$T = \frac{4.5}{X}$$

$$\frac{4.5}{X} = \frac{2X - 4.5}{1.5X} - \frac{1}{2}$$

$$3x \cdot \frac{4.5}{x} = 2x - 4.5 - \frac{1}{2} \cdot 3x$$

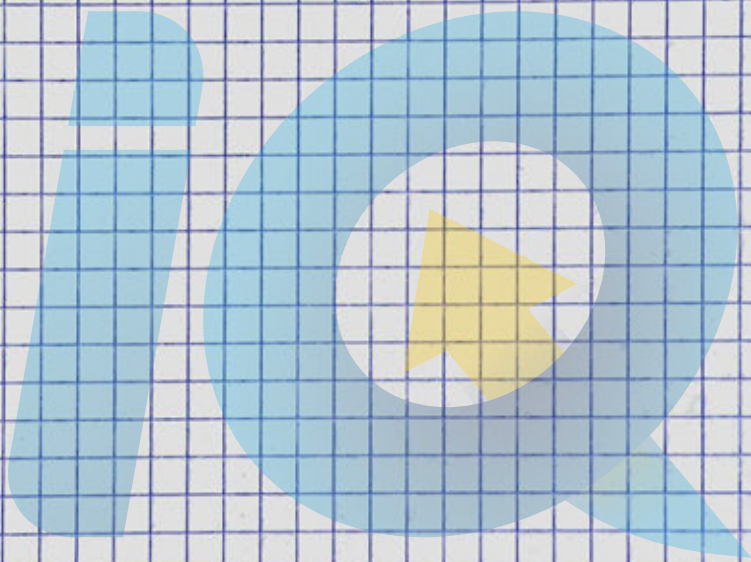
$$13.5 = 2(2x - 4.5) - 1.5x$$

$$13.5 = 4x - 9 - 1.5x$$

$$13.5 + 9 = 2.5x$$

$$22.5 = 2.5x \Rightarrow \boxed{x=9}$$

$$\sqrt{18} = 2.9 \leftarrow 2x \quad \text{of } B \text{ to } A \text{ on } \underline{\text{table}} \downarrow$$



[www.IQsmart.co.il](http://www.IQsmart.co.il)

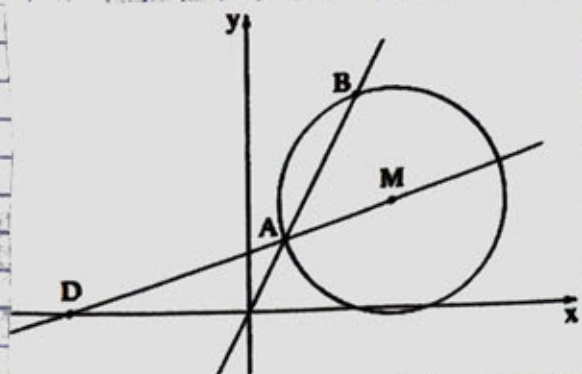
$$= 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot x$$

$$\rightarrow 13.5 - 4.5 = 3 \cdot 2x \Rightarrow 9 = 6x$$

$$\rightarrow \frac{9}{6} = \frac{3 \cdot 2x}{6} \Rightarrow 1.5 = 2x - 1.5x$$

$$\rightarrow \frac{9}{6} = \frac{3 \cdot 2x}{6} \Rightarrow 1.5 = 2x$$

سؤال 2



معادلة الدائرة (3)  
 $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 10$   
 إذا مركز الدائرة  
 $M = (4, 3) \quad R = \sqrt{10} \leftarrow R^2 = 10$

نجد إحداثيات A و B

النقاط A و B تحقق :- (نقول  $y = 2x$  في معادلة الدائرة)  
 $y = 2x$  تقع في معادلة الدائرة  $\Rightarrow (x-4)^2 + (2x-3)^2 = 10$

$$x^2 - 8x + 16 + 4x^2 - 12x + 9 = 10$$

$$5x^2 - 20x + 25 - 10 = 0$$

$$\div 5 \quad 5x^2 - 20x + 15 = 0 \quad \div 5$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-1)(x-3) = 0$$

$$\begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ \boxed{x_1 = 1} & \boxed{x_2 = 3} \end{matrix}$$

نجد  $y$  :  $y = 2x$   
 $x = 1 \rightarrow y = 2 \cdot 1 = 2$

$x = 3 \rightarrow y = 2 \cdot 3 = 6$

إحداثيات :  $A(1, 2) \quad B(3, 6)$

AM معادلة الدائرة (4)  
 $M(4, 3) \rightarrow A(1, 2)$   
 $y = mx + n$  معادلة AM

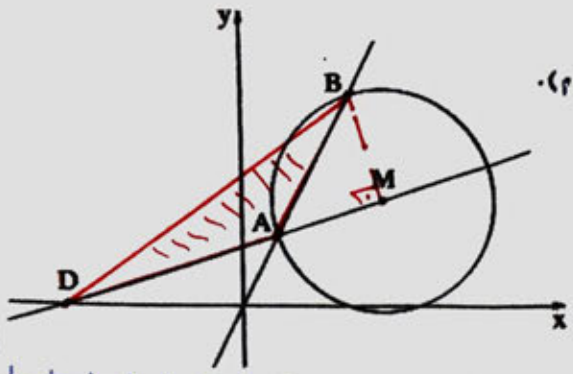
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-2}{4-1} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + n$$

نقول  $(1, 2)$  في  $n$  لأن  $(1, 2)$  تقع في AM  
 $2 = \frac{1}{3} \cdot 1 + n \Rightarrow 2 = \frac{1}{3} + n \Rightarrow 2 - \frac{1}{3} = n$

$$\Rightarrow n = \frac{12}{3} \Rightarrow \boxed{AM: y = \frac{1}{3}x + \frac{12}{3}}$$

نجد تقاطع AM مع  $x$  في  $D$  \*  
 $y = 0 \leftarrow x$  في AM  
 $\Rightarrow 0 = \frac{1}{3}x + \frac{12}{3} \rightarrow \frac{1}{3}x = -\frac{12}{3} \Rightarrow \boxed{x = -5}$

$\boxed{D(-5, 0)}$



④  $\frac{1}{3}$  هو  $DM$  ميل  $\textcircled{A}$

ميل  $BM$

$M: (4,3) \quad B(3,6)$

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6-3}{3-4} = \frac{3}{-1} = -3$

$-3 = \text{ميل } BM$  النتيجة

$-1 = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot -3 = (\text{ميل } DM) \cdot (\text{ميل } BM)$

وهذا يعني ان  $DM \perp BM$

$BM \perp DM$

وهو المطلوب

⑤ ما ان التان  $DM$  و  $BM$  هما القطر  $DB$  ان الزاوية بينهما  $90^\circ$

لذلك  $DB$  يكون عموداً على  $BM$  (معلمة)

سبب ان  $DM$  و  $BM$  هما  $DB$   $\Rightarrow$   $DB \perp BM$

ميل  $DB$

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6-0}{3-(-5)} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$\left(\frac{3}{4}\right) \cdot (-3) = (\text{ميل } BD) \cdot (\text{ميل } BM)$

$-1 \neq -\frac{3}{4}$

لذا ان  $DB$  ليس عموداً على  $BM$  و  $DB \perp BM$

انما  $DB$  و  $BM$  هما  $DB$   $\Rightarrow$   $DB \perp BM$

⑥ ارتفاع المثلث  $ABD$  هو  $BM$  و  $AD$  هو الوتر  $AB$  على  $B$  على  $AD$   $\Rightarrow$   $BM = R = \sqrt{r^2}$

$$D(-5,0) \quad A(1,2)$$

$$\overline{AD} = \sqrt{(1-(-5))^2 + (2-0)^2} = \sqrt{(1+5)^2 + (-2)^2}$$

$$\overline{AD} = \sqrt{6^2 + (-2)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} \Rightarrow \boxed{AD = \sqrt{40}}$$

$$\begin{array}{l} \overline{pL} \\ \text{area} \\ \text{ABD} \end{array} = \frac{AD \cdot BM}{2} = \frac{\sqrt{40} \cdot \sqrt{10}}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$\begin{array}{l} \overline{pL} \\ \Delta ABD = 10 \\ \text{area} \end{array}$$

### سؤال 3

لجميع المعطيات :-

1) يوجد في المركز الجاهزي «دوران فقط»:

I دورة كرة قدم

II دورة تنس

2) يمكن الاشتراك في دورة واحدة فقط من الدورتين

3) عدد الأولاد (الذكور) المشاركين في الدورتين واحد لعدد

إناث المشاركات في الدورتين.

4) 80% من الأولاد (الذكور) شاركوا في دورة كرة القدم

وبالتالي 20% من الأولاد (الذكور) شاركوا في دورة التنس

5) عدد البنات المشاركات في دورة التنس 3 أضعاف البنات

المشاركات في كرة القدم وهذا معنا :-

$\frac{1}{4}$  البنات يمتدكن في دورة كرة القدم

$\frac{3}{4}$  البنات يمتدكن في دورة التنس

نصبر على المعطيات بوجه جدول ثنائي الأبعاد !

www.IQsmart.co.il

	تنس	كرة قدم	
$\frac{1}{2}$	$\frac{0.5-0.4}{0.1}$	0.4	(ولد) ذكر
$\frac{1}{2}$			أنثى
1			

احتمال اختيار ولد =  $\frac{1}{2}$    
 احتمال اختيار أنثى =  $\frac{1}{2}$    
 عدد حالات

$P(\text{ذكر} | \text{اختيار ذكر}) = 0.8$

$\Rightarrow \frac{P(\text{ذكر} \cap \text{ذكر})}{P(\text{ذكر})} = 0.8 \Rightarrow \frac{P(A)}{0.5} = 0.8 \Rightarrow P(A) = 0.4$

لذلك وبالتالي احتمال اختيار ذكر دليله تنس هو :-

$\frac{1}{2} - 0.4 = 0.1$

بما ان  $\frac{1}{4}$  البنت اللواتي يُتدركن بالدورين هم  
 بنات يُتدركن في دورة كرة القدم لذلك  
 احتمال اختيار بنت تُتدرك في دورة كرة قدم في  
 بين كل هاتين المتاركة في دورات هو:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

واحد احتمال اختيار بنت تُتدرك في دورة الشق  
 من بين كل المتاركة في الدورين هو

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

وعندها يصبح الجدول التالي

	تنته	تنته قدم	الاحتمال
(ولد) ذكر	0.1	0.4	$\frac{1}{2}$
(بنت) أنثى	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$
الاحتمال	0.475	0.525	1

① احتمال اختيار شاركا (ولد ذكر) في دورة كرة القدم

هو  $\boxed{0.4}$

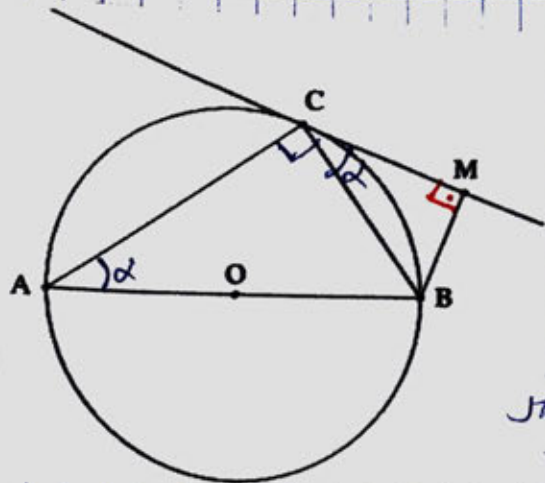
②  $P(\text{المتاركة في دورة} \mid \text{ذكر (ولد)}) = ?$

$$P(\text{شاركا} \mid \text{ذكر}) = \frac{P(A)}{P(B)}$$

$$= \frac{0.1}{0.475} = 0.2105 = \frac{4}{19}$$







بمساعدة المثلثات  
 AB قطر، O مركز الدائرة  
 BM عمودياً على MC  
 MC مماساً للدائرة في النقطة C

$\angle ACB = 90^\circ$  (P) ومقابلته للقطر

الزاوية المحصورة  $\angle A = \angle BCM = \alpha$

بمساعدة (AM) و (CB) وترين في المثلث

المثلثات المتشابهة

المجموع  $180^\circ$  زاوية المثلث  
 $\angle CBM = 90 - \alpha$  في  $\triangle CBM$   
 $\angle CBA = 90 - \alpha$  في  $\triangle CBA$

نتيجة (P):  $\angle CBA = \angle MBC = 90 - \alpha$

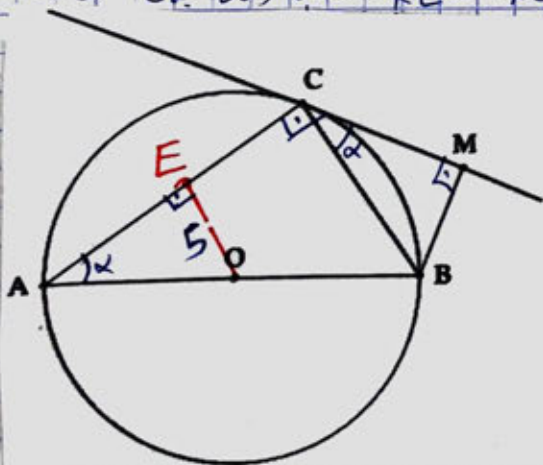
وهو المطلوب (P)

(Q)  $\triangle CBM \sim \triangle ABC$  (زاوية) وهو المطلوب (Q) -  
 وهو المطلوب (Q)

$BC^2 = AB \cdot BM$   $\iff \frac{BC}{BM} = \frac{AB}{BC}$

www.IQsmart.co.il

(R)  $OE \parallel BC$   $\iff \angle E = \angle C = 90^\circ$  مما دالة بين متوازيين



بمساعدة  $S_{ABC} = 3.24 S_{\triangle CBM}$

وهي  $OE = 5$

OE قاعدة في  $\triangle ABC$

بمساعدة النظرية: القائم الذي ينطق

من ضلعي ضلع قائم ويوازي ضلع

الآخر في المثلث ينطق الضلع الثالث

وبالتالي  $BC = 20E = 10$  القائم الذي ينطق

التيه بين ضلعي المثلث  $\iff \frac{S_{ABC}}{S_{\triangle CBM}} = \left(\frac{BC}{MB}\right)^2 = 3.24$

التيه بين ضلعي المثلث

التيه

$$\left(\frac{BC}{MB}\right)^2 = 3.24 \quad | \sqrt{\quad} |$$

$$\frac{BC}{MB} = \sqrt{3.24} = 1.8$$

$$\frac{10}{MB} = 1.8 \Rightarrow MB = \frac{10}{1.8}$$

(د)  $BC^2 = MB \cdot AB$

$$10^2 = \frac{10}{1.8} \cdot AB$$

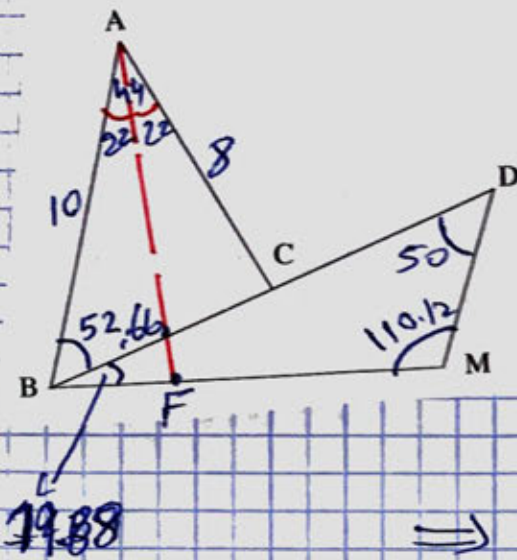
$$100 = \frac{10}{1.8} \cdot AB$$

$$\frac{100 \cdot 1.8}{10} = AB$$

$$18 = AB$$

(هـ)  $AB = 18$





د. AF مناسبتی  $\triangle ABC$  کلاسیک  
 لہذا  $\sin$  کے طریقے سے حساب کیا جائے گا

اسی طرح  $\sin$  کے طریقے سے  
 $\triangle ABC$  کے لیے

$$\frac{8}{\sin \angle ABC} = \frac{10}{\sin 44}$$

$$\Rightarrow \sin \angle ABC = \frac{8 \cdot \sin 44}{6.99}$$

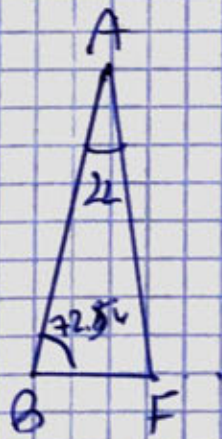
$$\sin \angle ABC = 0.79$$

$$\angle ABC = 52.66$$

$\triangle DBM$  کے لیے

$$\angle DBM = 180 - 110.12 - 50$$

$$\angle DBM = 19.88$$



اس لیے  $\angle AFB$  کا حساب لگایا جائے گا

$$\angle ABF = 52.66 + 19.88$$

$$\angle ABF = 72.54$$

$$\angle AFB = 180 - 72.54 - 22$$

$$\angle AFB = 85.46$$

$$f(x) = \frac{4}{4x^2-1} + b$$

ن/ن/ تعريف دال و P

$$4x^2 - 1 \neq 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 \neq 1 \Rightarrow x^2 \neq \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 \neq \pm \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow x \neq \pm \frac{1}{2}$$

ن/ن/ تعريف دال و  $x \neq \pm \frac{1}{2}$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{ن/ن/} \\ \text{ن/ن/} \end{array} \right.$

$$f'(x) = \frac{0 \cdot (4x^2-1) - 4(8x)}{(4x^2-1)^2} \quad f'(x) \text{ في } (1,0)$$

$$f'(x) = \frac{-32x}{(4x^2-1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -32x = 0 \Rightarrow x = 0$$

f(0) في

$$f(0) = \frac{4}{4 \cdot 0^2 - 1} + b = b - 4$$

(0, b-4)

ن/ن/ تعريف دال و

x	$x < -\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$x > \frac{1}{2}$
f'	+		+	0	-		-
f(x)	↗		↘		↘		↘

$$f'(-1) = \frac{-32(-1)}{+} = \frac{+}{+} > 0 \quad f'(-\frac{1}{4}) = \frac{-32(-\frac{1}{4})}{+} = \frac{+}{+} > 0$$

$$f'(\frac{1}{4}) = \frac{-32(\frac{1}{4})}{+} < 0$$

$$f'(\frac{1}{2}) = \frac{-32(\frac{1}{2})}{+} < 0$$

(0, b-4) max

٢٠) مجالات تصاعديّة وتنازليّة:

مجالات تصاعديّة:  $x < -\frac{1}{2}$  أو  $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$

مجالات تنازليّة:  $x > \frac{1}{2}$  أو  $0 < x < \frac{1}{2}$

٢١) مطبق أن المستقيم  $y = -2$  مماس للدالة في نقطة القعر

أي أن الإحداثي  $y$  للنقطة القعرية يقع على المستقيم  $y = -2$

أي أن  $-2 = b - 4$  وبالتالي يتحقق:

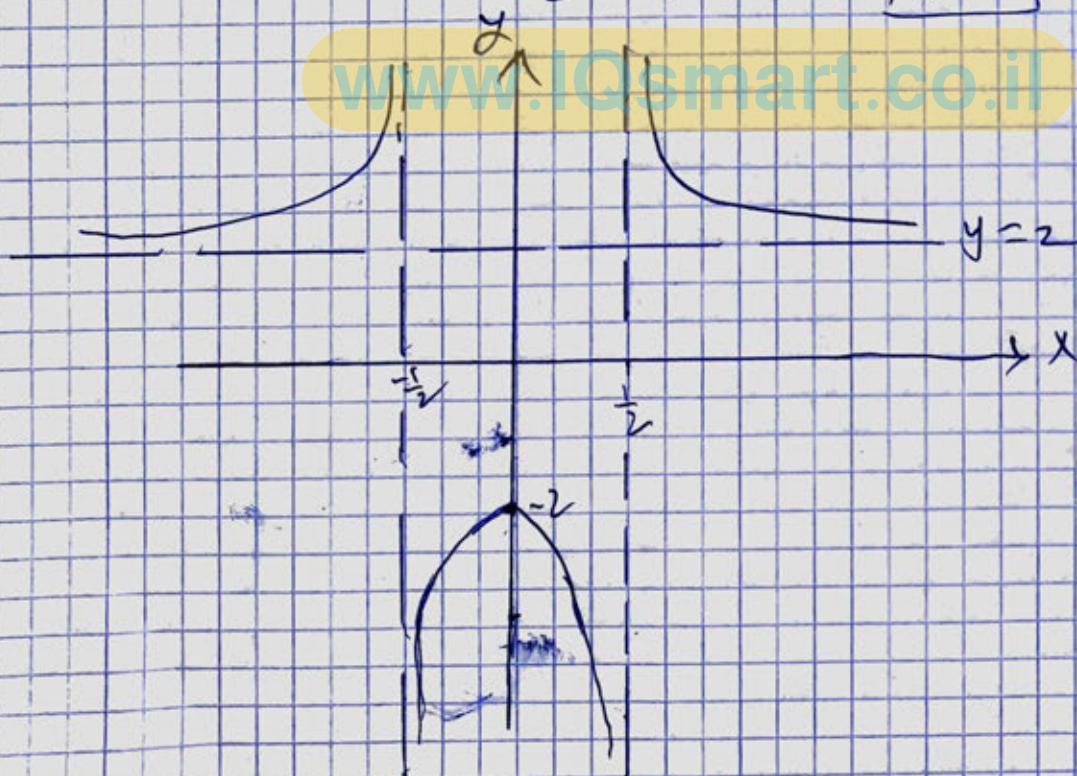
$$b - 4 = -2 \rightarrow b = -2 + 4 \Rightarrow \boxed{b = 2}$$

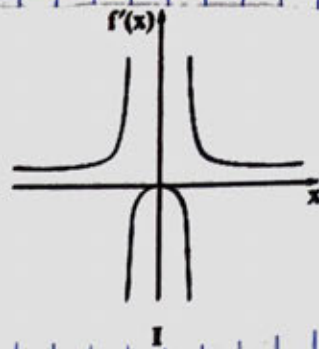
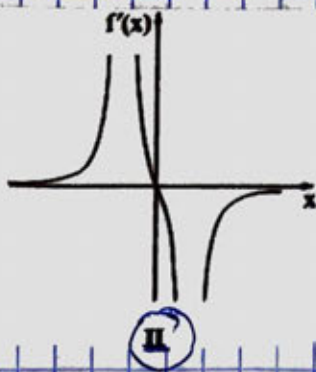
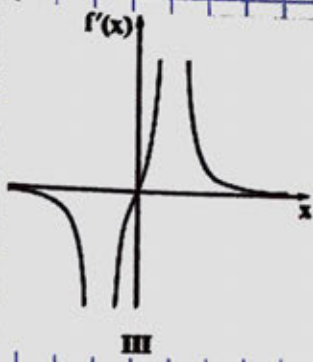
$$f(x) = \frac{4}{x^2 - 1} + 2$$

٢٢) ١)  $x = \frac{1}{2}$  و  $x = -\frac{1}{2}$  نقطتا تقارب عموديّة للدالة  $x$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{4}{(\infty)^2 - 1} + 2 = \frac{4}{\infty} + 2 = 0 + 2 = 2$$

أي أن  $y = 2$  نقطة تقارب أفقيّة.

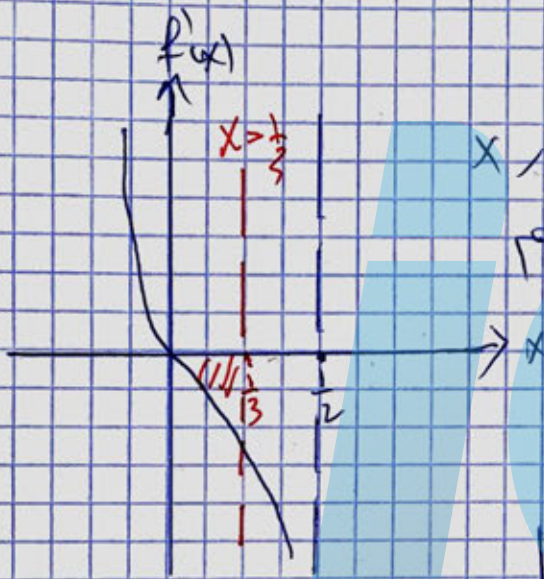




(A)

بما أن الدالة لها جذور في المجال  $x < -\frac{1}{2}$  و  $-\frac{1}{2} < x < 0$  و  $0 < x < \frac{1}{3}$  فإن الدالة موجبة في هذا المجال وسالبة في بقية المجال.

نحتاج فقط إلى III



(9) المطلوب إيجاد قيمة  $f(x)$  عند  $x = \frac{1}{3}$  والحد  $x$  والمستمرة عند  $x = \frac{1}{3}$  وبهذا المجال  $f'(x)$

لذلك التكامل المطلوب هو

من  $0$  إلى  $\frac{1}{3}$

$$\int_0^{\frac{1}{3}} f'(x) dx = \left[ f(x) \right]_0^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left[ \frac{4}{9x^2-1} + 2 \right]_0^{\frac{1}{3}} = \left( \frac{4}{9(\frac{1}{3})^2-1} + 2 \right) - \left( \frac{4}{9 \cdot 0^2-1} + 2 \right)$$

$$= \left( \frac{4}{4-1} + 2 \right) - \left( \frac{4}{-1} + 2 \right) = \left( \frac{4}{3} + 2 \right) - (-4 + 2)$$

$$= \left[ \frac{4}{3} + 4 \right] = \frac{16}{3}$$



$$f(x) = x \cdot \sqrt{x+18}$$

$$x+18 \geq 0$$

$$\boxed{x \geq -18}$$

النقطة هي  $(0,0)$

$$\boxed{0 = x = y = 0} \Rightarrow f(0) = 0 \cdot \sqrt{0+18} = 0$$

النقطة هي  $(0,0)$

$$(0,0)$$

$$y=0 \leftarrow x=0$$

$$x \cdot \sqrt{x+18} = 0$$

$$\boxed{x=0} \text{ أو } \boxed{x+18=0} \Rightarrow \boxed{x=-18}$$

$$\boxed{(0,0)} \quad \boxed{(-18,0)}$$

$f(x)$  derivative  $\rightarrow$

$$f'(x) = 1 \cdot \sqrt{x+18} + x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+18}}$$

$$f'(x) = \sqrt{x+18} + \frac{x}{2\sqrt{x+18}}$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow \sqrt{x+18} + \frac{x}{2\sqrt{x+18}} = 0$$

$$-\sqrt{x+18} = \frac{x}{2\sqrt{x+18}} \rightarrow -\sqrt{x+18} \cdot \sqrt{x+18} = \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow -(x+18) = \frac{x}{2} \Rightarrow -x-18 = \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow -2x-36 = x \rightarrow -3x = 36 \Rightarrow \boxed{x = -12}$$

$$f(-12) = -12\sqrt{-12+18} = -12 \cdot \sqrt{6}$$

$$(-12, -12\sqrt{6})$$

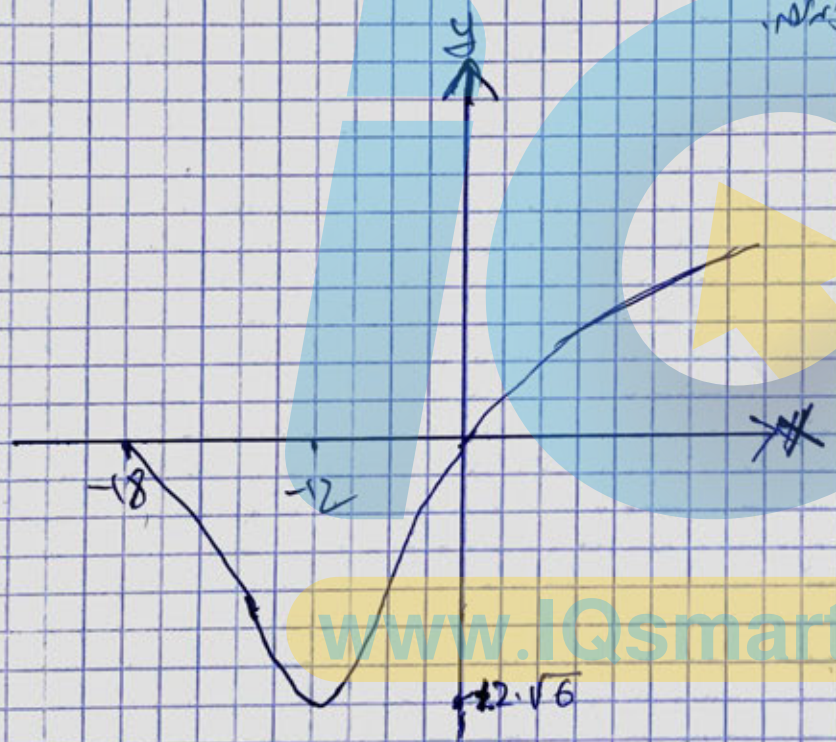
x	-18	-13	-12	0
f'		-	0	+
f	0			

min

$$f'(-13) = \sqrt{-13+18} + \frac{-13}{2\sqrt{-13+18}} = \sqrt{5} - \frac{13}{2\sqrt{5}} < 0$$

$$f'(0) = \sqrt{0+18} + \frac{0}{2\sqrt{0+18}} = \sqrt{18} > 0$$

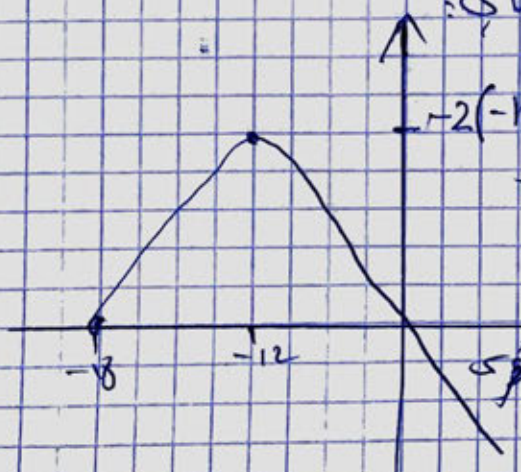
max  $(-12, -12 \cdot \sqrt{6})$



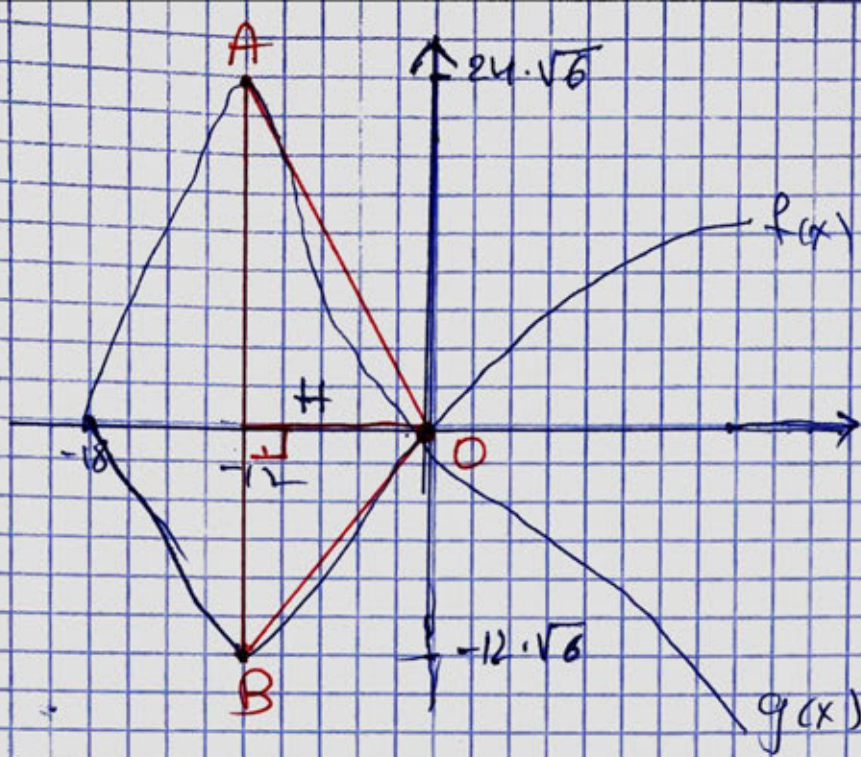
www.IQsmart.co.il

$g(x) = -2f(x)$  (A)

بما ان  $g(x)$  هي دالة زوجية، فإننا نبحث عن القيم القصوى عند  $x = 0$  و  $x = -12$ .  
 عند  $x = 0$ :  $g(0) = -2f(0) = -2\sqrt{18} = -6\sqrt{2}$   
 عند  $x = -12$ :  $g(-12) = -2f(-12) = -2(2\sqrt{6}) = -4\sqrt{6}$



القيمة القصوى هي  $24\sqrt{6}$  عند  $x = -12$   
 والقيمة الدنيا هي  $-6\sqrt{2}$  عند  $x = 0$   
 إذن القيمة القصوى هي  $24\sqrt{6}$  عند  $x = -12$   
 والقيمة الدنيا هي  $-6\sqrt{2}$  عند  $x = 0$



$$S_{\triangle OAB} = \frac{H \cdot AB}{2}$$

$$AB = 12\sqrt{6} + 24\sqrt{6} = 36\sqrt{6}$$

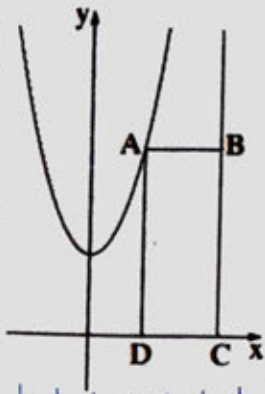
$$H = 12$$

$$S_{\triangle OAB} = \frac{36\sqrt{6} \cdot 12}{2} = 216\sqrt{6}$$

-אלה חן?

[www.IQsmart.co.il](http://www.IQsmart.co.il)

سؤال 8



نقطة A على القطع الناقص  
 تقع على يسار المحور  
 $x=5$  وتقع على المحور  
 $f(x) = x^2 + 3$  والآن  
 أريد أن أكتب A تقع  
 على المحور

ABCD متوازي أضلاع

$$B(5, y_A) \iff \begin{cases} x_B = x_C = 5 \\ y_B = y_A = f(x_A) \\ x_D = x_A \end{cases}$$

$$A(t, f(t))$$

AB, AD على المحور

$$AB = 5 - t$$

$$AD = f(t) = t^2 + 3$$

$$S(t) = (5-t) \cdot (t^2 + 3) \quad \text{المساحة}$$

$$S(t) = 5t^2 - t^3 + 15 - 3t$$

$$S'(t) = -3t^2 + 10t - 3$$

$$S''(t) = -6t + 10$$

$$S'(t) = 0 \implies -3t^2 + 10t - 3 = 0$$

نجد الجذور التربيعية الناتجة بواسطة المستور سون كيلي

$$t_1 = 3 \quad t_2 = \frac{1}{3}$$

نحدد نوع النقطة بواسطة القيمة الثانية

$$S''(3) = -6 \cdot 3 + 10 = -8 < 0$$

$$S''(\frac{1}{3}) = -6(\frac{1}{3}) + 10 = 8 > 0$$

$$\implies t=3 \text{ max} \quad \implies t=\frac{1}{3} \text{ min}$$

إذن القيمة القصوى هي  $t=3$

